CAPITOLO 5

MODELLI CON ORIZZONTE FINITO

I modelli in cui i consumatori hanno un orizzonte di pianificazione finito sono anche noti come modelli con generazioni sovrapposte (*overlapping generations*). Le differenze con i modelli con orizzonte di pianificazione infinito sono importanti; in particolare, nei modelli con orizzonte finito:

- non è possibile effettuare scambi con individui non ancora nati;
- è possibile studiare l'andamento del risparmio nel corso del ciclo vitale (studio impossibile se gli individui si attendono di vivere per sempre);
- la politica di finanziamento della spesa pubblica influenza l'allocazione delle risorse;
- l'equilibrio raggiunto da un pianificatore centrale può differire da quello raggiunto da un'economia di mercato.

5.1 La struttura del modello

Il modello con generazioni sovrapposte che studieremo in questo capitolo ha le seguenti caratteristiche:

- in ogni periodo nasce una nuova generazione;
- ciascun individuo vive due soli periodi: nel primo periodo percepisce un reddito da lavoro; nel secondo periodo l'individuo non lavora e il suo reddito da lavoro è pari a zero;
- gli individui consumano in entrambi i periodi: il consumo del secondo periodo è interamente finanziato dal risparmio accumulato nel primo periodo;
- il tasso di crescita della popolazione è $N_t = N_0 (1+n)^t$; in questo capitolo, supporremo cioè che il tempo sia discreto.
- l'economia ha una durata illimitata.

5.2 I consumatori

La tabella che segue illustra la struttura di un modello con generazioni sovrapposte.

GENERAZIONE \ TEMPO	$t-1$	t	$t+1$
$t-1$	c_{t-1}^{y} $(giovani)$	c_t^{o} $(anziani)$	
t		c_t^{y} $(giovani)$	c_{t+1}^{o} $(anziani)$
$t+1$			c_{t+1}^{y} $(giovani)$

In ciascun periodo si "sovrappongono" gli anziani di una generazione e i giovani della generazione successiva; al tempo t, ad esempio, sono contemporaneamente presenti gli anziani della generazione nata al tempo $t-1$ e i giovani della generazione nata al tempo t.

Il consumatore rappresentativo della generazione t massimizza una funzione di utilità separabile nel tempo

$$Max \quad u\left(c_t^{y}\right)+\beta u(c_{t+1}^{o})$$

in cui c_t^{y} rappresenta il consumo al tempo t dei giovani (young), c_{t+1}^{o} il consumo al tempo $t+1$ degli anziani (old) e $\beta \equiv \dfrac{1}{1+\delta}$.

I due vincoli di bilancio dinamici sono dati da

$$c_t^{y} + s_t = w_t$$
$$c_{t+1}^{o} = (1+r_{t+1})s_t$$

con $c_t^y \geq 0$; $c_{t+1}^o \geq 0$ e in cui w_t indica il reddito da lavoro, s_t il risparmio e r_{t+1} il tasso di interesse reale.

Sostituendo il secondo vincolo nel primo avremo:

$$c_t^y + \frac{c_{t+1}^o}{(1+r_{t+1})} = w_t$$

che è il vincolo di bilancio intertemporale. Abbiamo omesso gli indici $'y'$ (young) e $'o'$ (old) per i termini che indicano il reddito da lavoro (w_t) e il risparmio (s_t). Ciò perché gli individui guadagnano redditi da lavoro e risparmiano solo nel primo periodo della loro vita. Ne segue che al tempo t sono solo i giovani della generazione nata al tempo t ad avere redditi da lavoro e risparmio; al tempo $t+1$ ciò varrà (si veda la tabella) solo per i giovani della generazione nata al tempo $t+1$, e così via.

Come si è visto nel capitolo 3, la condizione del primo ordine del problema di massimo è:

$$(1+\delta)\frac{u'(c_t^y)}{u'(c_{t+1}^o)} = (1+r_{t+1}) . \qquad [5.1]$$

Il lato sinistro dell'equazione rappresenta il saggio marginale di sostituzione tra consumo presente e consumo futuro; il lato destro è il saggio marginale di trasformazione tra consumo presente e consumo futuro, ovvero il valore attuale di una unitá di consumo futuro. Dalla [5.1], utilizzando il vincolo di bilancio intertemporale, si ottiene una funzione del risparmio

$$s_t = s\left(w_t, r_{t+1}\right);$$

il risparmio dipende positivamente dal reddito da lavoro; l'effetto del tasso d'interesse è invece incerto.

Per ottenere un'espressione esplicita del risparmio, supponiamo che $u(c) = \ln c$.

Il problema del consumatore è quindi

$$\begin{aligned} Max \quad & \ln c_t^y + \beta \ln c_{t+1}^o \\ s.a. \quad & c_t^y + s_t = w_t \\ & c_{t+1}^o = (1+r_{t+1})s_t . \end{aligned}$$

Possiamo trovare le condizioni del primo ordine per il risparmio sostituendo i valori $u'\left(c_t^y\right)$ e $u'\left(c_{t+1}^o\right)$ nell'equazione di Eulero oppure sostituendo il risparmio nella funzione di utilità:

$$Max \ \ln\left(w_t - s_t\right) + \beta \ln\left[(1+r_{t+1})s_t\right]$$

Derivando quest'espressione rispetto a s_t, si ottiene:

$$s_t = \frac{\beta w_t}{(1+\beta)}$$

che indica che il risparmio dipende dal saggio di preferenza intertemporale e dal reddito da lavoro. Poiché abbiamo supposto che $u(c) = \ln c$, il risparmio è indipendente dal livello del tasso di interesse (in generale ciò non è vero). Sostituendo questa espressione nei vincoli di bilancio dei due periodi, otterremo i livelli ottimali del consumo, ovvero:

$$c_t^y = \frac{w_t}{(1+\beta)} \quad \text{e} \quad c_{t+1}^o = \frac{(1+r_{t+1})\,\beta w_t}{(1+\beta)}.$$

Queste due espressioni indicano che il livello di consumo nei due periodi è uguale solo nel caso in cui il tasso d'interesse coincide con il saggio di preferenza intertemporale ($r_{t+1} = \delta$, cioè $\beta(1+r_{t+1}) = 1$).

5.3 Le imprese

Supporremo che le imprese operino con una funzione di produzione omogenea di grado 1, $Y = F(K, N)$. L'obiettivo delle imprese è la massimizzazione dei profitti. In maniera del tutto analoga a quanto supposto nel modello di Solow e nel modello di Ramsey, in equilibrio i prezzi dei fattori sono uguali alle produttività marginali:

$$f'(k_t) = r_t \quad [5.2]$$

$$f(k_t) - k_t f'(k_t) = w_t \quad [5.3]$$

5.4 Equilibrio del modello

In un'economia chiusa vi è equilibrio quando la domanda è pari all'offerta, ovvero quando il risparmio coincide con l'investimento. Supponendo per semplicità che non vi sia ammortamento, gli investimenti sono pari allo stock di capitale tra il tempo t e il tempo $t+1$, ovvero:

$$I_t = K_{t+1} - K_t = F(K_t, N_t) - C_t \quad [5.4]$$

Il risparmio aggregato è dato dalla somma del risparmio dei giovani e del risparmio negativo degli anziani:

$$s_t N_t - K_t, \quad [5.5]$$

Vi è, quindi, equilibrio tra risparmio e investimenti quando:

$$K_{t+1} = s_t N_t, \quad [5.6]$$

ovvero quando lo stock di capitale di domani è pari al risparmio dei giovani di oggi. Dividendo la [5.6] per N_{t+1} e utilizzando le condizioni per la massimizzazione dei profitti (5.2) e (5.3) si può riscrivere la condizione di equilibrio in termini pro capite:

$$k_{t+1}(1+n) = s(w_t, r_{t+1}) = s_t\left[w_t(k_t), r_{t+1}(k_{t+1})\right]. \qquad [5.7]$$

L'equazione [5.7] è un'equazione non lineare alle differenze che descrive l'evoluzione dello stock di capitale. La dinamica del sistema economico è rappresentata graficamente nella Figura 5.1. La retta a 45 gradi è il luogo geometrico dei punti in corrispondenza dei quali risulta $k_t = k_{t+1} = k^*$, ossia l'insieme dei punti in cui non vi è crescita dello stock di capitale per addetto. La funzione del risparmio riflette l'andamento della funzione di produzione: un aumento di k_t provoca un aumento della produzione y_t e del salario w_t: a sua volta, l' aumento del salario provoca un aumento del risparmio che si traduce in un maggior stock di capitale nel periodo successivo. L'equilibrio di stato stazionario è dato dall'intersezione tra la retta a 45 gradi e la condizione di equilibrio tra risparmio e investimenti.

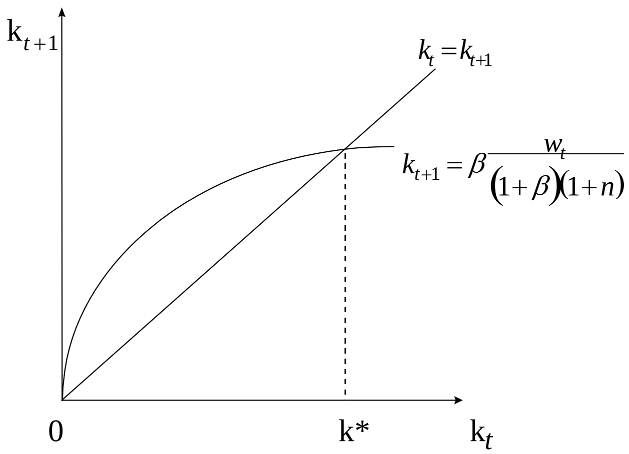

Figura 5.1. *La dinamica dello stock di capitale nel modello con generazioni sovrapposte*

Il grafico mostra che l'economia converge allo stock di capitale di stato stazionario k^*, sia quando lo stock di capitale iniziale è inferiore a quello di stato stazionario ($k_0 < k^*$), sia quando esso è superiore ($k_1 < k^*$).

Per ottenere una soluzione esplicita per lo stock di capitale di stato stazionario, supponiamo che la funzione di produzione sia del tipo Cobb-Douglas con rendimenti di scala costanti, ovvero $f(k) = k^\alpha$ e che la funzione di utilità sia $u = \ln c_t$, cosicché $s_t = \frac{\beta w_t}{1+\beta}$.

Le condizioni del primo ordine per l'impresa possono scriversi come:

$$\begin{aligned} r_t &= f'(k_t) = \alpha k_t^{\alpha-1} \\ w_t &= f(k_t) - k_t f'(k_t) = (1-\alpha) k_t^{\alpha} \end{aligned} \qquad [5.9]$$

La condizione di equilibrio può dunque scriversi come

$$k_{t+1} = \frac{\beta(1-\alpha)k_t^{\alpha}}{(1+n)(1+\beta)} . \qquad [5.10]$$

In stato stazionario $k_t = k_{t+1} = k^*$, per cui, sostituendo nella [5.10], avremo:

$$k^* = \left[\frac{\beta(1-\alpha)}{(1+n)(1+\beta)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

che è lo stock di capitale pro-capite di stato stazionario.

Esaminiamo ora gli effetti sullo stock di capitale pro-capite di stato stazionario di una variazione del tasso di crescita della popolazione (n) e del saggio di preferenza intertemporale (δ). Un incremento del saggio di crescita della popolazione sposta la condizione di equilibrio tra risparmi e investimenti e riduce lo stock di capitale pro-capite di stato stazionario (Figura 5.2). Nello stesso senso agisce un incremento del saggio di preferenza intertemporale (un aumento dell'impazienza dei consumatori riduce il parametro β): anche un aumento dell’impazienza riduce cioè il risparmio e lo stock di capitale futuro (Figura 5.3).

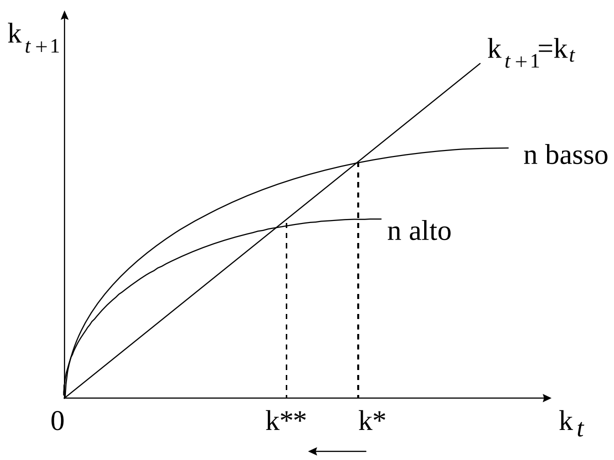

Figura 5.2. *Effetto di un aumento della forza lavoro sullo stock di capitale di stato stazionario*

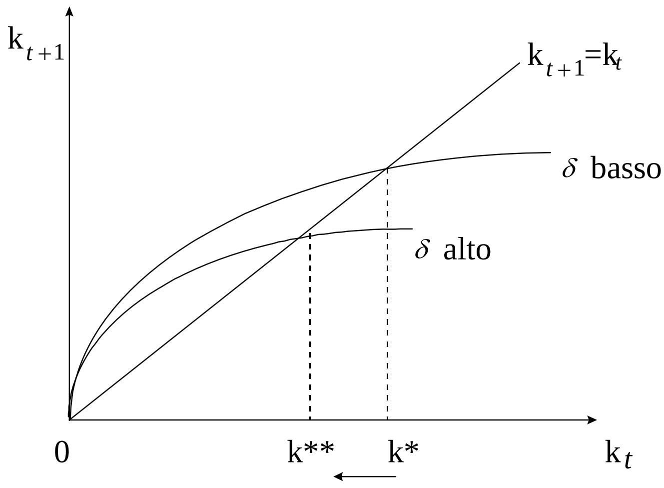

Figura 5.3. *Effetto di un aumento di δ sullo stock di capitale di stato stazionario*

5.5 Golden rule e inefficienza dinamica

In questo paragrafo ci chiediamo ora se la soluzione dell'economia di mercato coincide con quella ottenuta da parte di un pianificatore. Dalla condizione di equilibrio

$$K_{t+1} - K_t = F\left(K_t, N_t\right) - C_t,$$

esprimendo le variabili in termini pro-capite, in stato stazionario si ha:

$$k^*(1+n) - k^* = f(k^*) - c^*,$$

da cui

$$c^* = f(k^*) - nk^*$$

rappresenta il consumo pro-capite di stato stazionario. Lo stock di capitale pro-capite che massimizza il consumo (pro-capite) di stato stazionario si ottiene derivando l'espressione precedente rispetto allo stock di capitale di stato stazionario:

$$\max_{k^*} c^* \qquad \Rightarrow \qquad f'(k^*) = n.$$

Solo se $f'(k^*) = n$, l'economia segue quindi la golden rule; cioè solo se, in equilibrio, la produttività marginale del capitale è pari al tasso di crescita della popolazione. Ad esempio, se la funzione di produzione è $y = k^\alpha$, lo stock di capitale che rispetta la golden rule è $k^* = (\alpha/n)^{\frac{1}{1-\alpha}}$. Sono quindi possibili due casi, rappresentati in Figura 5.4:

$$f'(k^*) \geq n \qquad (\Rightarrow \quad k^* \leq k^{GOLD}) \qquad \textit{efficienza} \quad \textit{dinamica}$$

$$f'(k^*) < n \qquad (\Rightarrow \quad k^* > k^{GOLD}) \qquad \textit{inefficienza} \quad \textit{dinamica}\,.$$

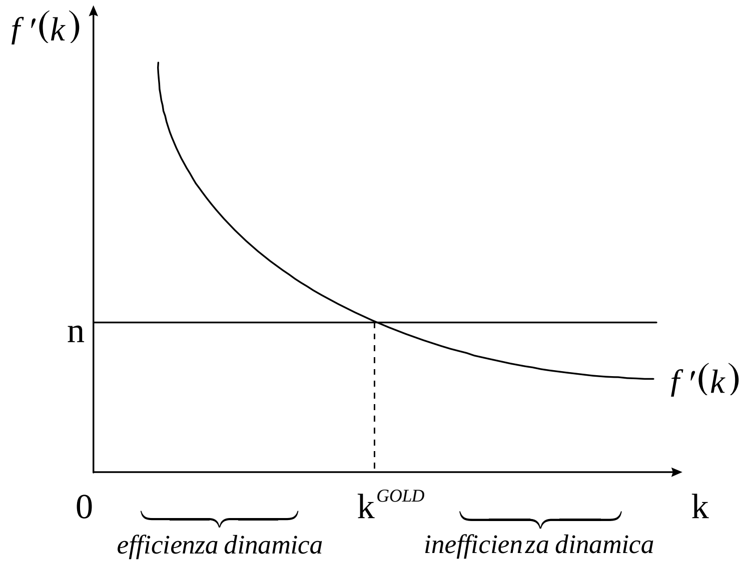

Figura 5.4. *La golden rule*

Se la produttività marginale del capitale eccede il tasso di crescita della popolazione ($f'(k) > n$), è ottimale aumentare lo stock di capitale pro-capite, ma ciò danneggia la generazione corrente, che sarà costretta ad accettare un livello di consumi più basso. Quindi, nel caso in cui risulta $f'(k) > n$, aumentare lo stock di capitale non costituisce un miglioramento da un punto di vista Paretiano. Se invece la produttività marginale del capitale è inferiore al tasso di crescita della popolazione ($f'(k) < n$), il capitale è maggiore rispetto a quanto indicato dalla regola aurea. In questa regione di inefficienza dinamica è ottimale ridurre lo stock di capitale. Poiché ciò permette di aumentare il consumo di tutte le generazioni, ridurre lo stock di capitale pro-capite quando $f'(k) < n$ rappresenta un miglioramento dal punto di vista Paretiano .

Un modo alternativo per ricavare la regola aurea è quello di considerare il problema di un pianificatore centrale che massimizza l'utilità di una generazione rappresentativa:

$$Max \quad u(c_t^y) + \frac{u(c_{t-1}^o)}{1+\delta}$$

soggetto al vincolo delle risorse

$$c_t^y N_t + c_{t-1}^o N_{t-1} + K_{t+1} - K_t = F(K_t, N_t),$$

che, in termini pro-capite, equivale a:

$$c_t^y + \frac{c_{t-1}^o}{1+n} + k_{t+1}(1+n) - k_t = f(k_t)$$

Si noti che, in questo caso, δ va interpretato come un "saggio di preferenza intergenerazionale" (se $\delta = 0$, il pianificatore dà lo stesso peso all'utilità delle due generazioni). La condizione del primo ordine è:

$$(1+\delta)\ \frac{u'(c_t^y)}{u'(c_{t+1}^0)} = (1+n)\,.$$

L'equazione è la regola ottimale del pianificatore: essa indica che, nel punto di ottimo, il saggio marginale di sostituzione tra consumo dei giovani e consumo degli anziani deve essere pari a $(1+n)$, cioè al saggio marginale di trasformazione tra consumo della generazione presente e consumo della generazione futura.

In un'economia in cui invece le decisioni vengono prese individualmente la condizione del primo ordine è invece data da:

$$(1+\delta)\ \frac{u'(c_t^y)}{u'(c_{t+1}^0)} = (1+r_{t+1})\,.$$

L'equilibrio di un'economia di mercato coincide quindi con quello di un'economia pianificata solo nel caso in cui il tasso di interesse reale coincide con il tasso di crescita della popolazione, ovvero se, in ogni periodo, vale la condizione $r = n$. Ma poiché in equilibrio $r = f'(k)$, l'equivalenza tra l'ottimo di un'economia di mercato e l'ottimo di un pianificatore vale solo nel caso in cui lo stock di capitale coincide con quello della golden rule $f'(k) = n$.

5.6. Il settore pubblico nel modello con generazioni sovrapposte

Nel modello di Ramsey la spesa pubblica spiazza il consumo, ma non l'investimento e dunque lo stock di capitale di stato stazionario. Inoltre, poiché il debito non influenza l'allocazione ottimale delle risorse, il finanziamento della spesa pubblica con imposte o con emissione di debito pubblico è equivalente.

Nei prossimi paragrafi studieremo l'effetto della politica fiscale in un modello con generazioni sovrapposte e verificheremo che l'effetto della spesa pubblica, delle imposte e del debito sull'allocazione delle risorse ha conseguenze molto diverse che nei modelli con orizzonte infinito. Per semplicità supporremo che il settore pubblico abbia deciso di spendere un ammontare pro-capite pari a g unità del bene, e che la spesa pubblica possa essere finanziata in quattro modi distinti:

A) con prelievo fiscale a carico degli anziani, ossia dei possessori del capitale (i giovani e le generazioni future non sono quindi colpiti dalle imposte);

B) con prelievo fiscale a carico dei giovani: come vedremo, ciò comporta una riduzione del reddito disponibile dei giovani, una corrispondente riduzione del risparmio e dello stock di capitale futuro (si ha quindi un effetto sui giovani e su tutte le generazioni future);

C) emettendo debito nel periodo corrente e tassando i giovani del periodo successivo per la restituzione del debito: i giovani hanno un beneficio immediato ma lo stock di capitale dell'economia si riduce;

D) emettendo debito nel periodo corrente e tassando gli anziani del periodo successivo, ossia coloro che erano giovani al momento in cui il debito viene emesso (un caso in cui, come vedremo, vale l'ipotesi di equivalenza ricardiana).

Rappresentiamo nella tabella le diverse modalità di finanziamento della spesa pubblica, indicando i gruppi della popolazione colpiti da ciascuna di esse.

Modalità di finanziamento della spesa pubblica

GENERAZIONE	**T E M P O**		
$t-1$	$t-1$	t	$t+1$
t	c_{t-1}^{y}	$(A)\ c_t^o$	
$t+1$		$(B)\ c_t^y$	$(D)\ c_{t+1}^o$
			$(C)\ c_{t+1}^y$

In ciascuno di questi casi, studieremo l'effetto del finanziamento della spesa pubblica sullo stock di capitale e sull'allocazione delle risorse tra generazioni correnti e generazioni future.

5.7 Un prelievo fiscale a carico degli anziani

In questo caso il settore pubblico decide di finanziare la spesa pubblica con imposte che colpiscono gli anziani del periodo corrente. Poiché il reddito dei giovani non è influenzato dal prelievo fiscale, né il risparmio né lo stock di capitale futuro variano. L'unica componente della domanda che assorbe le maggiori imposte è quindi c_t^o, il consumo degli anziani, che si riduce esattamente dell'ammontare necessario a finanziare la spesa pubblica pro-capite g.

5.8. Un prelievo fiscale a carico dei giovani

Il settore pubblico decide di finanziare la spesa pubblica tassando i giovani del periodo corrente. Intuitivamente, poiché il reddito disponibile dei giovani si riduce, anche il risparmio si riduce, e quindi anche lo stock di capitale ereditato dalle generazioni future.

Verifichiamo questo risultato riscrivendo il problema della generazione che nasce al tempo t nel caso in cui i giovani siano soggetti ad un'imposta pro-capite pari a g. Il problema è:

$$\begin{aligned} &\max u\left(c_t^y\right)+\beta u\left(c_{t+1}^o\right) \\ &s.a. c_t^y+s_t=w_t-g_t \\ &c_{t+1}^o=s_t\left(1+r_{t+1}\right). \end{aligned}$$

Il vincolo di bilancio intertemporale è:

$$c_t^y+\frac{c_{t+1}^o}{1+r_{t+1}}=w_t-g_t\ .$$

Anche in questo caso supporremo, per semplicità, che $u(c)=\ln c$. Il consumo e il risparmio del primo periodo sono pari a:

$$c_t^y=\frac{w_t-g}{(1+\beta)}\ ,$$

$$s_t=\frac{\beta w_t}{(1+\beta)}-\frac{\beta g_t}{(1+\beta)}=\frac{\beta}{(1+\beta)}(w_t-g_t)\ .$$

Lo stock di capitale nel periodo successivo è:

$$k_{t+1}(1+n)=\frac{s_t}{(1+\beta)}=\frac{\beta\left(w_t-g_t\right)}{(1+\beta)} \qquad [5.11]$$

L'equazione [5.11] indica quindi che anche lo stock di capitale futuro si riduce rispetto al caso di un'economia senza settore pubblico ($g=0$) e rispetto al caso (A). Graficamente, l'introduzione della spesa pubblica sposta verso il basso la condizione di equilibrio tra risparmi e investimento, e ciò riduce lo stock di capitale di stato stazionario (Figura 5.5). In sintesi, a differenza del modello di Ramsey (in cui pur riducendosi il consumo, lo stock di capitale rimane costante), nei modelli con generazioni sovrapposte l'introduzione della spesa pubblica finanziata con imposte riduce sia il consumo che lo stock di capitale. La differenza dipende dal fatto che nel modello di Ramsey l'orizzonte temporale di pianificazione degli individui è infinito e vale la regola aurea modificata; in un modello a generazioni sovrapposte, invece, un aumento delle imposte riduce il risparmio e lo stock di capitale di stato stazionario.

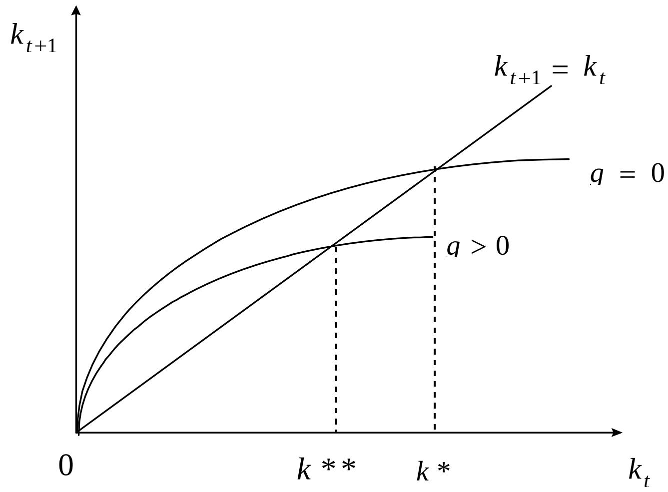

Figura 5.5. *Un aumento della spesa pubblica nel modello con generazioni sovrapposte*

5.9 Un'emissione di debito finanziata da imposte sulla generazione successiva

Il settore pubblico decide di finanziare la spesa pubblica emettendo debito. Il debito e i relativi interessi vengono ripagati con un'imposta a carico dei giovani della generazione successiva; coloro che sono giovani oggi sanno dunque che non saranno oggetto di prelievo fiscale quando saranno anziani; il vincolo di bilancio, dunque, non cambia. Ne segue che i livelli ottimali del consumo $\left(c_t^o,\ c_t^y,\ c_{t+1}^o\right)$ e del risparmio restano invariati. Come nel caso in cui $g = 0$, se $u = \ln c$ il risparmio dei giovani è dato da:

$$s_t = \frac{\beta\, w_t}{(1+\beta)}.$$

Tuttavia, il risparmio dei giovani può essere ora impiegato per acquistare capitale o per sottoscrivere il debito pubblico. Si modifica quindi la condizione di equilibrio sul mercato dei capitali:

$$G_t + K_{t+1} = N_t s_t,$$

in cui G_t rappresenta il debito pubblico emesso al tempo t. In termini pro-capite possiamo scrivere:

$$k_{t+1}\,(1+n) = s_t - g_t, \qquad [5.12]$$

L'equazione [5.12] indica che le generazioni future ereditano uno stock di capitale inferiore e sopportano interamente l'onere del debito pubblico. La riduzione dello stock di capitale futuro aumenta la produttività marginale del capitale e, dunque, il tasso di interesse. Intuitivamente, la presenza del settore pubblico modifica le scelte di portafoglio dei consumatori. Affinché gli individui siano disposti a detenere debito pubblico, la remunerazione del debito deve essere almeno pari alla produttività del capitale. Poiché il capitale si riduce e la produttività del capitale aumenta, il tasso di interesse di mercato è più elevato di quello di un'economia senza settore pubblico (o del caso A). L'aumento del tasso di interesse provoca inoltre un incremento del consumo degli anziani del periodo successivo (ossia di coloro che erano giovani al momento in cui il debito fu emesso).

L'effetto dovuto all'introduzione del settore pubblico sullo stock di capitale è maggiore nel caso (C) che nel caso (B), come può verificarsi confrontando l'equazione [5.12] con l'equazione [5.11] e notando che $\frac{\beta}{1+\beta}<1$; nel caso (C) le generazioni future ereditano cioè uno stock di capitale inferiore rispetto a quello del caso (B).

Lo spiazzamento dello stock di capitale da parte della spesa pubblica è assente nel caso (A), incompleto nel caso (B) (in quanto si riducono sia il consumo che lo stock di capitale pro-capite) e completo nel caso (C), poiché il consumo corrente resta invariato e si riduce solo lo stock di capitale pro-capite. Nei modelli con generazioni sovrapposte il finanziamento della spesa pubblica non è dunque neutrale: un'emissione di debito avvantaggia le generazioni presenti a danno di quelle future.

5.10 Un'emissione di debito finanziata da imposte sugli anziani della generazione corrente

Supponiamo, come nel caso (C), che il settore pubblico decida di finanziare la spesa pubblica emettendo debito nel periodo corrente. Il debito e gli interessi sul debito vengono restituiti con un prelievo fiscale a carico degli anziani nel periodo successivo (ossia di coloro che sono giovani al momento in cui il debito viene emesso). La soluzione del problema ci condurrà al cosiddetto "principio di equivalenza ricardiana".

I vincoli di bilancio dinamici del consumatore rappresentativo della generazione che nasce al tempo t sono:

$$\begin{aligned} c_t^y + s_t &= w_t \\ c_{t+1}^o &= s_t\left(1+r_{t+1}\right)-\tau_{t+1}, \end{aligned}$$

dove τ_{t+1} rappresenta il prelievo fiscale a carico degli anziani del periodo $t+1$, con cui si assicura il servizio e la restituzione del debito. Considerando che gli interessi sul debito sono calcolati al tasso r_{t+1}, si ha che:

$$\tau_{t+1} = g_{t+1}\left(1+r_{t+1}\right),$$

per cui il vincolo di bilancio intertemporale sarà:

$$c_t^y + \frac{c_{t+1}^o}{1+r_{t+1}} = w_t - g_t\,,$$

che è identico al vincolo di bilancio intertemporale del caso B. Ciò significa che il consumo ottimale è identico in entrambi i casi (B e D): per gli individui è indifferente essere tassati oggi o domani. Si noti inoltre che nel caso D il risparmio del periodo t aumenta per far fronte alle imposte che colpiscono il consumatore nel periodo $t+1$.

5.11 Il principio di equivalenza ricardiana

Nell'esempio del paragrafo 5.10 il debito è neutrale perché gli individui si aspettano di doverlo ripagare nel corso della propria vita. Questo principio vale anche quando gli individui sono altruisti o hanno un orizzonte infinito. In particolare, le ipotesi del teorema di Barro-Ricardo sulla neutralità del debito pubblico sono le seguenti:

a) gli individui hanno un orizzonte di pianificazione infinito (ovvero le generazioni sono legate tra loro da una catena di lasciti ereditari);

b) il debito pubblico deve, prima o poi, essere interamente ripagato;

c) non vi è incertezza e i mercati dei capitali sono perfetti.

Se queste ipotesi sono verificate, il finanziamento della spesa pubblica con debito è equivalente al finanziamento con imposte, ed in entrambi i casi l'allocazione ottimale delle risorse nel sistema economico è identica.

L'ipotesi (a) può essere giustificata dal fatto che gli individui ricevono utilità sia dal proprio consumo che da quello dei propri figli. Il problema degli individui può essere formulato cioè come un problema di massimizzazione della propria utilità e di quella dei propri discendenti, ovvero di

$$Max\ u\left(c_t^y, c_{t+1}^o\right) + v\left(c_{t+1}^y, c_{t+2}^o\right) \qquad [5.13]$$

in cui v(.) rappresenta l'utilità della generazione successiva. Poiché quest'ultima trae a sua volta utilità da quella dei propri figli, si può dimostrare che la [5.13] equivale al problema di massimizzazione di una dinastia con orizzonte di pianificazione infinito:

$$Max \quad \sum_{t=0}^{\infty} u(c_t)$$

$$s.a. \sum_{t=0}^{\infty} \frac{c_t}{(1+r)^t} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{w_t}{(1+r)^t} + a_0$$

in cui a_0 rappresenta l'ammontare delle risorse iniziali.

Le ipotesi del teorema di Barro-Ricardo sono state oggetto di numerose critiche:

- si è osservato che gran parte dei trasferimenti "mortis causa" potrebbe essere accidentale o involontaria, oppure determinata da un "movente strategico"[1] e non dall'altruismo di chi trasferisce un patrimonio;
- vi sono persone che non hanno figli, e dunque non hanno generazioni future di cui interessarsi;
- in molti casi potrebbe essere ottimale avere un lascito ereditario negativo (se vi è crescita della produttività tra generazioni dovrebbero essere i figli più ricchi ad aiutare i genitori e non viceversa);
- in realtà i mercati dei capitali non sono perfetti.

5.12 Il sistema previdenziale

Nei prossimi paragrafi studieremo l'effetto sullo stock di capitale dell'istituzione di un sistema previdenziale. Esistono due tipi principali di sistemi di previdenza sociale:

a) a capitalizzazione (*fully-funded*);

b) a ripartizione (*pay-as-you-go*).

I sistemi a capitalizzazione rappresentano una forma particolare di accumulazione. Al tempo t i giovani versano un contributo pari a d_t; al tempo $t+1$ gli anziani (coloro che da giovani hanno versato i contributi) ricevono da un Fondo Pensione il contributo capitalizzato, $\left(1+r_{t+1}\right)d_t$. La tabella indica che i contributi dei giovani vengono detenuti e accumulati dal Fondo Pensione dal periodo t al periodo $t+1$.

	TEMPO	
GENERAZIONE		
	t	$t+1$
t	c_t^o	
$t+1$	c_{t+1}^y	c_{t+1}^y
	$d_t \rightarrow$	$\left(1+r_{t+1}\right)d_t$

[1] Per movente strategico, in questo caso, si intende il fatto che le eredità potrebbero essere un modo per ricompensare i figli di servizi (ad esempio, di assistenza) prestati in precedenza.

Nei sistemi a ripartizione, invece, l'ente di previdenza riceve un contributo sociale dai giovani nel periodo t pari a d_t e trasferisce nello stesso periodo una somma pari a $d_t(1+n)$ agli anziani della generazione precedente. L'ammontare di questo trasferimento dipende quindi dal tasso di crescita dell'economia (in questo caso dal tasso di crescita della forza lavoro). Se la popolazione è costante $(n=0)$, i sistemi a ripartizione attuano un mero trasferimento di risorse dai giovani agli anziani. Se il sistema è in equilibrio e vi è crescita della popolazione e della produttività, ciascun pensionato riceve un trasferimento maggiore del contributo versato da giovane, perché i giovani sono più numerosi e hanno maggiori risorse degli anziani della generazione precedente. La freccia verticale nella tabella indica che un sistema a ripartizione non dà luogo ad accumulazione di risorse:

	TEMPO	
GENERAZIONE		
	t	$t+1$
t	$d_t(1+n) \quad c_t^o$	
$t+1$	$d_t \uparrow c_{t+1}^y$	c_{t+1}^y

La tabella illustra anche che una riduzione del tasso di crescita degli occupati oppure un rallentamento della crescita della produttività possono mettere in crisi un sistema a ripartizione. Un esempio è la crisi del sistema pensionistico in Italia, passata dagli elevati tassi di crescita degli anni '60 alla crisi di sviluppo degli anni '80 e '90. Esaminiamo nei prossimi due paragrafi gli effetti sul consumo e sullo stock di capitale dei due sistemi di previdenza sociale.

5.13 Un sistema a capitalizzazione

Il consumatore rappresentativo della generazione nata al tempo t risolve il problema

$$Max \quad u\left(c_t^y,\ c_{t+1}^o\right)$$

$$\begin{aligned} s.a. c_t^y + s_t^p &= w_t - d_t \\ c_{t+1}^o &= (1+r_{t+1})s_t^p + \underbrace{(1+r_{t+1})d_t}_{pensione}, \end{aligned}$$

in cui s_t^p indica il risparmio individuale e d_t l'ammontare del contributo al fondo pensione. Nel caso in cui la funzione di utilità sia logaritmica, il risparmio complessivo è:

$$s_t = s_t^p + d_t = \frac{\beta}{1+\beta}\ w_t\ .$$

E' immediato notare che il risparmio totale e lo stock di capitale sono invariati rispetto al caso in cui il sistema pensionistico è assente. Anche se il risparmio individuale si riduce di un ammontare pari al contributo d_t, quest'ultimo rappresenta di fatto una forma di risparmio effettuato tramite il Fondo Pensione. Si può dunque concludere che le scelte degli individui non cambiano in presenza di un sistema di sicurezza sociale a capitalizzazione, purché naturalmente il rendimento sui contributi versati al Fondo Pensione sia identico a quello del risparmio individuale. Occorre però ricordare che esiste in questo caso un importante problema di misurazione del risparmio privato: i contributi versati dai consumatori ai Fondi Pensione devono cioè essere sommati al risparmio individuale per ottenere il risparmio privato.

5.14 Un sistema a ripartizione

In presenza di un sistema a ripartizione, il consumatore rappresentativo della generazione nata al tempo t risolve il problema

$$Max \quad \mathrm{u}\left(c_{\mathrm{t}}^{y},\ c_{t+1}^{o}\right)$$

$$\begin{aligned} s.a. \quad & c_t^y + s_t^p = w_t - d_t \\ & c_{t+1}^o = (1+r_{t+1})\, s_t + \underbrace{(1+n)\, d_{t+1}}_{pensione}. \end{aligned}$$

Si noti che, al contrario che nel caso precedente, non vi è alcuna relazione necessaria tra il contributo versato (d_t) e la pensione ricevuta (d_{t+1}); in generale questa dipenderà dalla legislazione previdenziale in vigore nel periodo $t+1$.

L'introduzione di un sistema a ripartizione riduce il risparmio privato, in quanto d_t non è un contributo a un Fondo Pensione, ma un puro trasferimento di risorse dai giovani agli anziani. Per semplicità, supponiamo che la funzione di utilità sia logaritmica e che $r_{t+1} = n = 0$ e $d_{t+1} = d_t = d$ (cioè non vi è crescita della popolazione e la legislazione previdenziale rimane invariata). Sostituendo i vincoli di bilancio nella funzione di utilità e derivando rispetto al risparmio si ottiene:

$$s_t^p = \frac{\beta w_t}{(1+\beta)} - d \qquad [5.14]$$

Anche in questo caso, il risparmio privato si riduce di un ammontare pari a d. La ragione è che i consumatori sanno che in futuro vi saranno dei giovani che trasferiranno loro delle risorse e perdono l'incentivo al risparmio, un effetto già studiato nel modello del ciclo vitale. Qualitativamente il risultato è valido anche in casi più complessi; in generale, tuttavia, l'entità della riduzione del risparmio privato dipende anche dal tasso di interesse e dal tasso di crescita dell'economia.

La differenza di maggiore rilievo rispetto al caso di un sistema a capitalizzazione è l'effetto sullo stock di . Ricordando che $n = 0$:

$$k_{t+1} = \frac{\beta w_t}{(1+\beta)} - d$$

è immediato notare che lo stock di capitale pro-capite si riduce in seguito all'introduzione di un sistema pensionistico a ripartizione, come illustrato nella Figura 5.6.

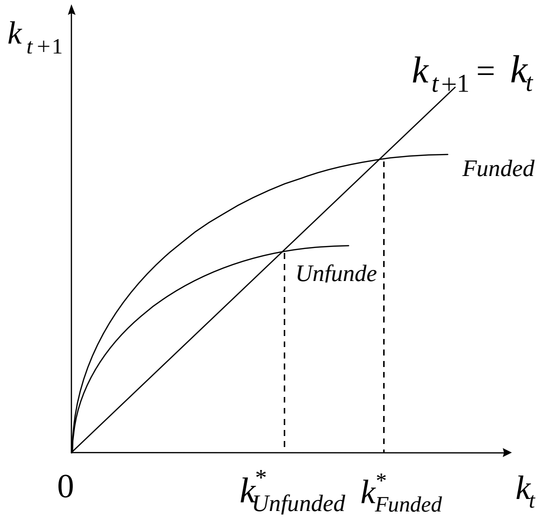

Figura 5.6. *Passaggio da un sistema previdenziale a "capitalizzazione" ad un sistema a "ripartizione"*

In sintesi, il passaggio da un sistema a capitalizzazione ad un sistema a ripartizione riduce il risparmio e lo stock di capitale pro-capite. Questo effetto di spiazzamento non si verifica nel caso in cui gli individui hanno un orizzonte di pianificazione infinito. Anche nei modelli con orizzonte infinito un sistema a ripartizione consiste in trasferimenti dai giovani agli anziani; questi ultimi, tuttavia, lasciano maggiori eredità ai propri discendenti, anticipando così i maggiori contributi sociali da versare, ed evitando di ridurre il risparmio e di deviare quindi dalla regola aurea.

Abbiamo tralasciato di esaminare un aspetto importante del problema. In modelli con orizzonte finito, i consumatori potrebbero reagire all'introduzione di un sistema a ripartizione anticipando l'età del pensionamento (un effetto che non è possibile catturare nel nostro modello con due soli periodi). Questo effetto tende ad aumentare il risparmio dei lavoratori attivi, che anticipano un periodo di pensionamento più lungo, attenuando l'effetto negativo sul risparmio privato di un sistema a ripartizione.